

## ECUACION DE CAPA DELGADA PARA CAFE PERGAMINO

Gonzalo Jaramillo-Bastidas\*

---

### RESUMEN

JARAMILLO B., G. Ecuación de capa delgada para café pergamino. *Cenicafé* (Colombia) 41(4): 95-102 1990.

En Cenicafé, Chinchiná, Caldas, se realizaron una serie de experimentos de secado de café pergamino para adecuar un modelo empírico de capa delgada. El modelo se ajustó por procedimientos estadísticos de regresión no lineal utilizando dos expresiones del contenido de humedad de equilibrio,  $M_e$ , obteniendo una expresión para condiciones del aire variables en el tiempo (temperatura y humedad relativa) y dos para condiciones constantes.

**Palabras claves:** Café pergamino, ecuación de capa delgada, secado de café, *Coffea arabica*.

---

### ABSTRACT

At CENICAFE three thin layer drying expressions for parchment coffee are presented. These were developed using two equilibrium moisture equations. The range of experimental variables were: temperature, from 40 to 60°C and air flux from 11 to 26 m<sup>3</sup>/s.m<sup>2</sup>. The models were fitted using non-linear regression techniques. Moreover, a model was fitted for variable air conditions (humidity and temperature) while the other two were for constant conditions.

**Keywords:** Parchment, coffee, thin-layer equation, drying coffee, *Coffea arabica*.

---

\* Ingeniero Agrícola. MSc. en Física.

En las investigaciones sobre secado se han desarrollado modelos teóricos, empíricos o semiempíricos, de acuerdo a las exigencias de las aplicaciones, para hallar expresiones matemáticas que describan el secado de muchos granos dispuestos en capas delgadas o capas de máxima exposición.

Ante el gran número de variables involucradas en las ecuaciones teóricas y la complejidad de las soluciones analíticas o numéricas de las mismas, la gran mayoría de investigaciones de secado se hacen considerando expresiones de capa delgada de carácter empírico o, en el mejor de los casos, semiempírico. Pero ninguna de las ecuaciones de secado, teóricas, semiteóricas o empíricas pueden representar exactamente todo el intervalo del proceso de secado de un producto; éste puede ser dividido en dos o más regiones, de tasa constante y tasa decreciente.

Cuando se requiere precisión en la predicción del secado, como en la simulación de secado en capa gruesa, normalmente se obtienen mejores resultados utilizando ecuaciones empíricas dentro de los intervalos de validez de las variables, para el grano en particular, Brooker *et al.* (1).

**MODELOS EMPIRICOS.** Generalmente las ecuaciones empíricas propuestas son del tipo planteado por Lewis, citado por Chi y Johnson (2).

$$\frac{\delta M}{\delta t} = -K(M - M_e) \quad \langle \langle 1 \rangle \rangle$$

donde:

M = Contenido de humedad del grano en cualquier instante, % b.s.

t = Tiempo de secado en horas

M<sub>e</sub> = M<sub>e</sub>(T,HR) = Contenido de humedad de equilibrio, % b.s.

T = Temperatura del aire

HR = Humedad relativa

Que en forma integral será:

$$R = \text{EXP}(-Kt) \quad \langle \langle 2 \rangle \rangle$$

donde:

$$R = \text{Razón de humedad} = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e}$$

$$M_0 = M(t = 0)$$

Chi y Johnson (2), propusieron:

$$\frac{\delta M}{\delta t} = -K(M - M_e)^n \quad \langle \langle 3 \rangle \rangle$$

para tres regiones del secado, con valores de K, n y M<sub>e</sub> diferentes para cada región de secado. De acuerdo a Parry (10), las constantes no tienen sentido físico en estas ecuaciones; pero varias expresiones han sido propuestas para K.

Wang *et al.* citados por Parry (10), presentaron dos modelos de tipo exponencial  $\langle \langle 2 \rangle \rangle$

$$\begin{aligned} R &= a \text{EXP}[-Kt] & \langle \langle 4 \rangle \rangle \\ R &= \text{EXP}[-Kt^m] \end{aligned}$$

K = K(T,HR) y m = m(T,HR), con dependencia lineal; la constante a = a(T,HR)

Una expresión de K bastante utilizada es:

$$K = A \text{EXP}\left(-\frac{B}{T}\right) \quad \langle \langle 5 \rangle \rangle$$

Conocida como la función de Arrhenius para el coeficiente de difusión, Moore (7) y Henderson (3).

Noomhorm y Verma (8) consideran K como linealmente dependiente del contenido de humedad, o sea:

$$K = C_1 M + C_2 \quad \langle \langle 6 \rangle \rangle$$

esta suposición, representa la hipótesis que el coeficiente de difusión varía con M.

Hill *et al.* citados por Parry (10), tomaron el valor de la constante K, como una función lineal del déficit de presión ( $P_{vs} - P_v$ )

$$K = a(P_{vs} - P_v) + b \quad \langle \langle 7 \rangle \rangle$$

donde:

$P_{vs}$  = Presión de vapor de saturación, Kpa

$P_v$  = Presión de vapor parcial, Kpa

Roa y Macedo (12) propusieron para K:

$$K = a(P_{vs} - P_v)^b t^c \quad \langle \langle 8 \rangle \rangle$$

donde el déficit de presión ( $P_{vs} - P_v$ ) es un factor variable en el tiempo; K varía con las condiciones del aire de secado (temperatura y humedad relativa) y depende explícitamente del tiempo.

Otros investigadores, han buscado una dependencia de K, con la Razón de humedad, con el déficit de presión y con la temperatura, Parry (10).

Krack y Piedrahita (6) adaptaron una expresión tipo Lewis y el modelo presentado por Thompson, para café pergamino.

Este trabajo tuvo como propósito, presentar una expresión empírica de capa delgada para el café pergamino, validada en la región de tasa decreciente. Esta expresión se obtuvo para condiciones del aire constantes y variables (temperatura y humedad relativa).

Además, analizar el efecto de las expresiones para  $M_c$  del café pergamino, reportadas en la literatura, en el ajuste del modelo.

## MATERIALES Y METODOS

El procedimiento y los equipos utilizados para obtener o validar las ecuaciones de capa delgada, en general son básicamente iguales, Roa y Macedo (12); Ross y White (13); Henderson (3); Puiggali *et al.* (11); White *et al.* (18). En este trabajo se utilizó la metodología empleada por Rossi y Roa (14) y Sinicio *et al.* (16) que consiste en colocar tres capas delgadas, intercaladas por capas gruesas, para obtener curvas experimentales con condiciones del aire variables, en un secador experimental.

Las capas de grano se sometieron a secado con un flujo de aire constante. La capa delgada superior quedó expuesta a un secado bajo condiciones constantes; en cambio, las capas delgadas intermedia e inferior evolucionaron en su secado con condiciones de aire variables, como sucede en un secador de capa gruesa. Los cambios de las condiciones psicrométricas del aire para las capas delgadas intermedia e inferior son generados por el secamiento de las capas gruesas de grano; estas últimas se colocan sólo para tal propósito.

Cada una de las bandejas de capa delgada contenía inicialmente entre 240 y 280 g de café pergamino distribuido uniformemente en un área de (0,35 - 0,25 m) evitando tanto los espacios vacíos como los granos superpuestos (Figura 1).

El desarrollo experimental se realizó en la Sección de Ingeniería Agrícola de CENICAFE; se utilizó café en cereza procedente de la región circunvecina a CENICAFE, el cual fué

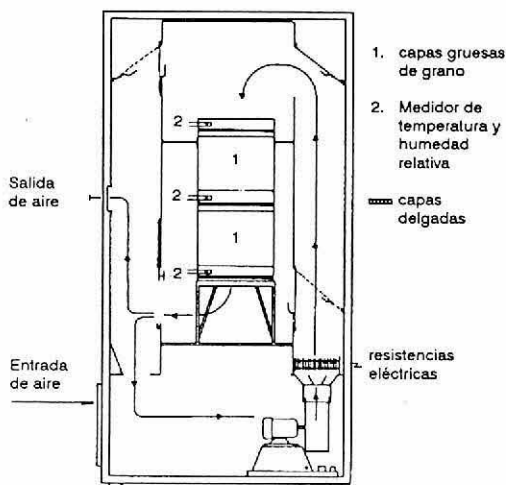


Figura 1. Equipo experimental utilizado para determinar la ecuación de capa delgada del café pergamino.

acondicionado, hasta obtener café pergamino con un contenido de humedad menor al 70% b.s., para todos los experimentos. La variedad del café utilizada no se registró sistemáticamente aunque predominó la variedad Caturra. Algunos experimentos se efectuaron con mezclas de variedad Colombia, Caturra y Típica.

Se efectuaron varias experiencias para diferentes temperaturas del aire de entrada y diferentes flujos de aire, como señala la Tabla 1. El flujo de aire se determinó indirectamente midiendo la caída de presión en la

TABLA 1. Condiciones de temperatura y flujo del aire para los diferentes ensayos.

Flujo de aire (m <sup>3</sup> /min.m <sup>2</sup> )	Temperatura del aire de entrada (°C)		
	40	50	60
11,5 - 14,0	X	X	X
19,0 - 24,0	X	X	X
26,0 - 32,0			X

capa total de grano, que inicialmente fue de 40 cm para todos los experimentos. Conocida la caída de presión ( $\Delta P$ ) y el espesor de la capa de grano, se calculó el flujo de aire utilizando las expresiones desarrollada por Oliveros y Roa (9).

Para determinar el contenido de humedad inicial del grano, y por consiguiente el peso de materia seca, las muestras de grano se sometieron al método de estufa, Norma ISO 6673. Se tomó como valor inicial del contenido de humedad el promedio, con un error absoluto máximo de 0,9%. Para verificar este valor, en algunos experimentos una vez concluidos, se tomaron las bandejas de capa delgada y se sometieron al método de estufa, obteniéndose valores que estuvieron dentro del intervalo de error absoluto del promedio considerado.

La observación y el registro del cambio de contenido de humedad del grano en el transcurso del secado se hizo midiendo las variaciones del peso de cada bandeja con una exactitud de  $\pm 0,1$  g, cada hora, con un error absoluto de  $\pm 0,01$  horas.

Las condiciones del aire de secado se tomaron en un punto inmediatamente superior a cada capa delgada, se registró la temperatura con un error absoluto de lectura de  $\pm 0,5^\circ\text{C}$  y la humedad relativa con un error absoluto de  $\pm 2\%$ . Estas mediciones se efectuaron inmediatamente antes de realizar el pesaje de las bandejas.

De los registros de temperatura y de humedad relativa se obtuvieron las presiones de vapor, de saturación y parcial, utilizando una expresión polinómica desarrollada por Wilhelm (19). La diferencia de estas presiones, llamada déficit de presión o potencial de secado, es el dato de interés para la ecuación de capa delgada de Roa y Macedo  $\langle \langle 9 \rangle \rangle$ .

En resumen, cada hora y para cada capa delgada se anotó el peso de la bandeja, la temperatura y la humedad relativa del aire de secado y el tiempo acumulado de secado. Además, la diferencia de presión estática en la capa total de grano se midió generalmente cada dos horas, con un manómetro diferencial.

## RESULTADOS Y DISCUSION

El modelo elegido para el ajuste fue la ecuación de capa delgada propuesta por Roa y Macedo (12) cuya expresión es del tipo Lewis e incluye las variaciones de presión de saturación, dependiente de T, y de la humedad relativa:

$$\frac{\delta M}{\delta t} = -mq((P_{vs} - P_v)^n (M - M_e) t^{q-1}) \quad \langle\langle 9 \rangle\rangle$$

si se suponen constantes en el tiempo  $(P_{vs} - P_v)$  y  $M_e$ , se obtiene:

$$R = \text{EXP}[-m(P_{vs} - P_v)^n t^q] \quad \langle\langle 10 \rangle\rangle$$

Inicialmente se aplicó un ajuste de regresión no lineal, utilizando el lenguaje estadístico SAS (15), a la ecuación  $\langle\langle 10 \rangle\rangle$ , cuando la temperatura y la humedad relativa son constantes; para ésto se tomaron sólo los datos de las capas superiores y los valores promedios de temperatura y humedad relativa del aire de secado (Figuras 2 y 3).

Los valores de  $M_e$  se calcularon tomando la expresión desarrollada por Trejos (17) y la ecuación presentada por Jaramillo (5), obteniéndose los valores de los parámetros con cada una de las expresiones (Tabla 2).

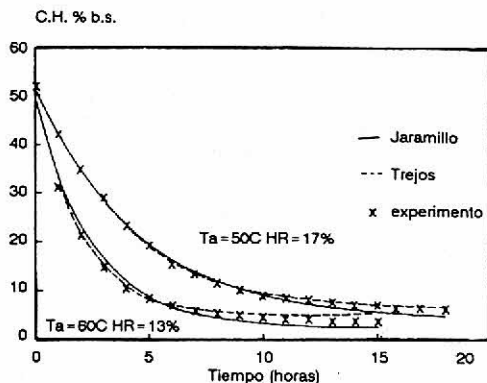


Figura 2. Curvas de secado en capas delgadas (condiciones constantes) obtenidas incluyendo diferentes modelos de Me.

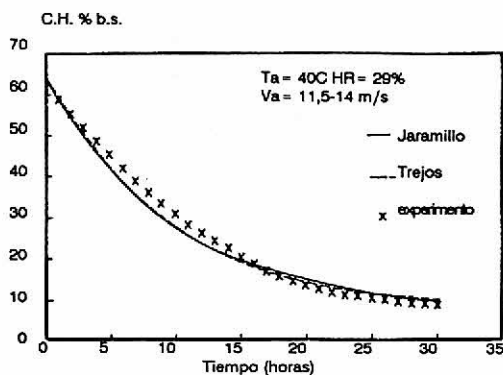


Figura 3. Curvas de secado en capas delgadas (condiciones constantes) obtenidas incluyendo diferentes modelos de Me.

Por otro lado, se ajustó la ecuación  $\langle\langle 9 \rangle\rangle$  con un procedimiento de regresión no lineal para temperatura y humedad relativa variables; para lo cual se utilizó un programa de regresión no lineal (NLINA), complementado por las subrutinas de integración numérica -método de Runge- Kutta, cuarto orden-, y ejecutado para los dos modelos de  $M_e$  (Tabla 2).

Como la ecuación propuesta por Jaramillo (5) para calcular  $M_e$  es válida para humedades relativas menores al 85%, se hicieron varios

TABLA 2. Parámetros de la ecuación de capa delgada para café pergamino obtenidos con las 2 ecuaciones de  $M_e$ .

Cond.	Ecuación de Jaramillo		Ecuación de Trejos	
	Constante	Variable	Constante	Variable
m	0,015027	0,01421	0,0098706	0,1040
n	1,1718	1,2212	1,35365	1,3803
q	0,98080	1,0011	1,06453	1,0569
RSS	0,1524	1283	18,57	1190
S	0,0355	1,85%	0,46	1,83%
No. Datos	124	377	86	359

RSS: Suma del cuadrado de los residuos

S: Desviación estándar

análisis de regresión modificando el algoritmo del modelo, de tal manera que para humedades relativas superiores al límite de validez se asignaron diferentes valores constantes del contenido de humedad (27%, 30%, 35%), encontrándose que los valores de los parámetros anteriores no se alteraron.

Además, observando el valor del parámetro  $(q-1)$  el cual es del orden de  $10^3$ , para el caso de los parámetros con condiciones variables y la ecuación de  $M_e$  de Jaramillo, se ensayó el ajuste de una expresión sin dependencia explícita del tiempo:

$$\frac{\delta M}{\delta t} = -m (P_{vs} - P_v)^n (M - M_e) \quad \langle \langle 11 \rangle \rangle$$

Que se ajustó a los 377 datos experimentales, por regresión no lineal, presentando:

$$\begin{aligned} m &= 0,014427 \\ n &= 1,2202 \\ \text{RSS} &= 1283 \\ S &= 1,85\% \end{aligned}$$

En las Figuras 4 y 5 puede observarse el resultado de este ajuste comparado con los datos experimentales.

Para el caso particular de  $(P_{vs} - P_v)$  y  $M_e$  constantes, se obtuvieron dos modelos; ambos presentan un ajuste con los datos experimentales, muy aceptable ( $r < 0,5\%$ ).

El modelo desarrollado con la ecuación de Trejos sobreestima los valores del contenido de humedad de equilibrio,  $M_e$ , respecto a valores alcanzados experimentalmente, como se puede observar en todas las figuras.

Los valores de  $M_e$  predichos por el modelo obtenido con la expresión de Jaramillo para calcular  $M_e$ , tienden a ser menores a los experimentales.

La ecuación de capa delgada más adecuada para el caso de las condiciones variables, es la que no presenta dependencia explícita del tiempo  $\langle \langle 11 \rangle \rangle$  porque además de presentar un  $r$  menor del 2%, sólo requiere de dos parámetros.

## LITERATURA CITADA

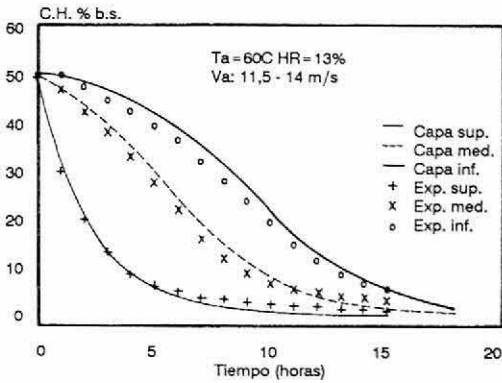


Figura 4. Datos experimentales y simulados en el secado de capas delgadas de café pergamino para condiciones variables (valores de  $Me$  estimados con la ecuación de Jaramillo).

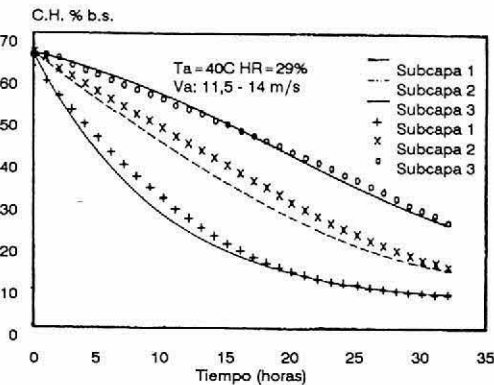


Figura 5. Ecuación de capa delgada para condiciones del aire variables (valores de  $Me$  estimados con la ecuación de Jaramillo).

## AGRADECIMIENTOS

Al Centro Nacional de Investigaciones de Café, CENICAFE, en especial a la Disciplina de Ingeniería Agrícola, donde se desarrolló la parte experimental de este trabajo.

Al Laboratorio de Investigaciones sobre la Química del Café, LIQC, donde se hizo el análisis estadístico de los datos y se elaboró este documento.

1. BROOKER, B.D.; BAKKER-ARKEMA, F.W.; HALL, C.W. Drying Cereal Grains. 2 ed. Westport, (Estados Unidos), AVI Publishing Company, 1978. 265 p.
2. CHI SHU CHEN; JOHNSON, W.H. Kinetics of Moisture in Hygroscopic Material (I. Theoretical Considerations of Drying Phenomena). Transactions of the ASAE (Estados Unidos). 12(1):109-113. 1969.
3. HENDERSON, S.M. Progress in developing the Thin Layer Drying Equation. Transactions of the ASAE. (Estados Unidos). 17(6):1167-1168, 1172. 1974.
4. JARAMILLO, B.G. Ecuación de Capa Delgada para Café Pergamino. Bogotá (Colombia). Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, 1987 (Informe interno del LIQC).
5. JARAMILLO, B.G. Propiedades Físicas de Café Pergamino (*Coffea arabica*). Bogotá (Colombia), Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, 1989 (Tesis).
6. KRACK, U.A.; PIEDRAHITA, R.D. Parámetros de importancia en el secado mecánico del café. In: SEMINARIO Nacional del Café. Medellín (Colombia), Universidad Nacional, 1976. 15 p.
7. MOORE, J.W. Physical Chemistry. Londres (Inglaterra), Longmans Green and Co. Ltda, 1964.
8. NOOMHORM, A.; VERMA, L.R. Generalized Single-Layer Rice Drying Models. Transactions of the ASAE. (Estados Unidos). 29(2):587-591. 1986.
9. OLIVEROS T., C.E.; ROA M., G. Pérdidas de presión por el paso del aire a través del café pergamino, variedad caturra, dispuesto a granel. Cenicafé (Colombia) 37(1): 23-39. 1986.
10. PARRY, J.L. Mathematical Modelling and Computer Simulation of Heat and Mass Transfer in Agricultural Grain Drying: A Review. Journal of Agricultural Engineering Research (Estados Unidos) 32:1-29. 1985.
11. PUIGGALI, J.R.; BATSALE, J.C.; NADEAU, J.P. The Development and use of an equation to

- describe the kinetics of drying of hazelnuts. *Lebensmittel - Wissenschaft & Technologie*. (Alemania) 20(4):174-179. 1987.
12. ROA, G.; MACEDO, I.C. Grain Drying in stationary bins with solar heated air. *Solar Energy* (Inglaterra). 18:445-449. 1976.
  13. ROSS, I.J.; WHITE, G.M. Thin Layer Drying Characteristics of White Corn. *Transactions of the ASAE* (Estados Unidos). 15:175-179. 1972.
  14. ROSSI, S.J.; ROA M., G. Secagem e armazenamento de produtos agropecuarios com uso de energia solar e ar natural. Sao Paulo (Brasil), Secretaria de Industria, Comercio e Ciencia e Tecnologia, 1980. 293 p. (Publicação ACIESP No. 22).
  15. SAS Institute Inc. SAS User's Guide: Statistical, Version 5 Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc., 1985.
  16. SINICIO, R.; PINHEIRO, J.B.; FORTES, M.; DALPASQUALE, V.A. Equação de secagem de milho em camadas finas, para condições variaveis de temperatura e umidade do Ar. *Revista Brasileira De Armazenagem* (Brasil) 9 y 10(1, 2):37-41, 1984/1985.
  17. TREJOS, R. Determinación de la Humedad Relativa de Equilibrio y del Calor Latente de Vaporización del Café Pergamino y Trillado. Cali (Colombia), Universidad del Valle, 1986, 171 p. (Tesis Ing. Agrícola).
  18. WHITE, G.M.; ROSS, I.J.; PONELEIT, C.G. Fully Exposed Drying of Popcorn. *Transactions of the ASAE* (Estados Unidos). 24(2):466-512. 1981.
  19. WILHELM, L.R. Numerical Calculation of Psychrometric Properties in SI Units. *Transactions of the ASAE* (Estados Unidos). 19 (2) : 3 18-325. 1976.